

**SULIT**  
**QS015/1**  
**Mathematics**  
**Paper 1**  
**Semester I**  
**Session 2017/2018**  
**2 hours**

**QS015/1**  
**Matematik**  
**Kertas 1**  
**Semester I**  
**Sesi 2017/2018**  
**2 jam**



**BAHAGIAN MATRIKULASI**  
*MATRICULATION DIVISION*

**PEPERIKSAAN SEMESTER PROGRAM MATRIKULASI**  
*MATRICULATION PROGRAMME EXAMINATION*

---

**MATEMATIK**  
**Kertas 1**  
**2 jam**

---

**JANGAN BUKA KERTAS SOALAN INI SEHINGGA DIBERITAHU.**  
**DO NOT OPEN THIS QUESTION PAPER UNTIL YOU ARE TOLD TO DO SO.**

**KANG KOOI WEI**

---

Kertas soalan ini mengandungi 10 halaman bercetak.

*This question paper consists of 10 printed pages.*

© Bahagian Matrikulasi

**SULIT**

**INSTRUCTIONS TO CANDIDATE:**

This question paper consists of **10** questions.

Answer **all** questions.

All answers must be written in the answer booklet provided. Use a new page for each question.

The full marks for each question or section are shown in the bracket at the end of the question or section.

All steps must be shown clearly.

Only non-programmable scientific calculators can be used.

Numerical answers may be given in the form of  $\pi$ ,  $e$ , surd, fractions or up to three significant figures, where appropriate, unless stated otherwise in the question.

**ARAHAN KEPADA CALON:**

*Kertas soalan ini mengandungi **10** soalan.*

*Jawab **semua** soalan.*

*Semua jawapan hendaklah ditulis pada buku jawapan yang disediakan. Gunakan muka surat baharu bagi nombor soalan yang berbeza.*

*Markah penuh yang diperuntukkan bagi setiap soalan atau bahagian soalan ditunjukkan dalam kurungan pada penghujung soalan atau bahagian soalan.*

*Semua langkah kerja hendaklah ditunjukkan dengan jelas.*

*Kalkulator saintifik yang tidak boleh diprogramkan sahaja yang boleh digunakan.*

*Jawapan berangka boleh diberi dalam bentuk  $\pi$ ,  $e$ , surd, pecahan atau sehingga tiga angka bererti, di mana-mana yang sesuai, kecuali jika dinyatakan dalam soalan.*

**KANG KOOI WEI**

**LIST OF MATHEMATICAL FORMULAE  
SENARAI RUMUS MATEMATIK**

**Quadratic equation**  $ax^2 + bx + c = 0$ :

**Persamaan kuadratik**  $ax^2 + bx + c = 0$ :

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

**Arithmetic series:**

**Siri aritmetik:**

$$T_n = a + (n-1)d$$

$$S_n = \frac{n}{2} [2a + (n-1)d]$$

**Geometric series:**

**Siri geometri:**

$$T_n = ar^{n-1}$$

$$S_n = \frac{a(1-r^n)}{1-r}, r \neq 1$$

**Sum to infinity:**

**Hasil tambah infiniti:**

$$S_\infty = \frac{a}{1-r}, |r| < 1$$

**Binomial expansion:**

**Kembangan binomial:**

$$(a+b)^n = a^n + \binom{n}{1} a^{n-1} b + \binom{n}{2} a^{n-2} b^2 + \dots + \binom{n}{r} a^{n-r} b^r + \dots + b^n, \quad n \in N,$$

$${}^n C_r = \binom{n}{r} = \frac{n!}{(n-r)! r!}$$

$$(1+ax)^n = 1 + n(ax) + \frac{n(n-1)}{2!} (ax)^2 + \frac{n(n-1)(n-2)}{3!} (ax)^3 + \dots, \quad |x| < \frac{1}{|a|}$$

KANG KOOI WEI

- 1 Given matrix  $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -2 & 5 \end{pmatrix}$  such that  $A^2 + \alpha A + \beta I = 0$ ,  $\alpha$  and  $\beta$  are constants, where  $I$  and  $0$  are identity matrix and zero matrix of  $2 \times 2$  respectively. Determine the values of  $\alpha$  and  $\beta$ .

*Diberi matriks  $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -2 & 5 \end{pmatrix}$  supaya  $A^2 + \alpha A + \beta I = 0$ ,  $\alpha$  dan  $\beta$  adalah pemalar, dengan  $I$  dan  $0$  masing-masing ialah matriks identiti dan matriks sifar  $2 \times 2$ . Tentukan nilai  $\alpha$  dan  $\beta$ .*

[5 marks]

[5 markah]

- 2 Solve the equation  $3^{2x+1} - (16)3^x + 5 = 0$ .

*Selesaikan persamaan  $3^{2x+1} - (16)3^x + 5 = 0$ .*

[6 marks]

[6 markah]

- 3 The first and three more successive terms in a geometric progression are given as follows:

$7, \dots, 189, y, 1701, \dots$

Obtain the common ratio  $r$ . Hence, find the smallest integer  $n$  such that the  $n$ -th term exceeds 10 000.

*Sebutan pertama dan tiga lagi sebutan berturutan dalam suatu janjang geometri diberi seperti berikut:*

$7, \dots, 189, y, 1701, \dots$

*Dapatkan nisbah sepunya  $r$ . Seterusnya, cari integer terkecil  $n$  supaya sebutan ke- $n$  melebihi 10 000.*

[7 marks]

[7 markah]

- 4 (a) Expand  $\left(1 - \frac{x}{3}\right)^{\frac{1}{2}}$  in ascending power of  $x$  up to the term in  $x^3$  and state the interval of  $x$  for which the expansion is valid.

*Kembangkan  $\left(1 - \frac{x}{3}\right)^{\frac{1}{2}}$  dalam kuasa menaik  $x$  sehingga ke sebutan  $x^3$  dan nyatakan selang bagi  $x$  yang mana kembangan tersebut adalah sah.*

- (b) From part 4(a), express  $\sqrt{9-3x}$  in the form of  $a\left(1 - \frac{x}{3}\right)^{\frac{1}{2}}$ , where  $a$  is an integer.

*Daripada bahagian 4(a), ungkapkan  $\sqrt{9-3x}$  dalam bentuk  $a\left(1 - \frac{x}{3}\right)^{\frac{1}{2}}$ , dengan  $a$  adalah suatu integer.*

- (c) Hence, by substituting the suitable value of  $x$ , approximate  $\sqrt{8.70}$  correct to two decimal places.

*Seterusnya, dengan menggantikan nilai  $x$  yang sesuai, anggarkan  $\sqrt{8.70}$  betul kepada dua tempat perpuluhan.*

[7 marks]

[7 markah]

- 5 Solve the equation  $3 \log_9 x = (\log_3 x)^2$ .

*Selesaikan persamaan  $3 \log_9 x = (\log_3 x)^2$ .*

[9 marks]

[9 markah]

- 6 Given a complex number  $z = 2 + i$ .

*Diberi suatu nombor kompleks  $z = 2 + i$ .*

- (a) Express  $\bar{z} - \frac{1}{\bar{z}}$  in the form  $a + bi$ , where  $a$  and  $b$  are real numbers.

*Ungkapkan  $\bar{z} - \frac{1}{\bar{z}}$  ke dalam bentuk  $a + bi$ , dengan  $a$  dan  $b$  adalah nombor nyata.*

[4 marks]

[4 markah]

- (b) Obtain  $\left| \bar{z} - \frac{1}{\bar{z}} \right|$ . Hence, determine the values of real numbers  $\alpha$  and  $\beta$  if

$$\alpha + \beta i = \left| \bar{z} - \frac{1}{\bar{z}} \right| \left( \bar{z} - \frac{1}{\bar{z}} \right)^2.$$

*Cari  $\left| \bar{z} - \frac{1}{\bar{z}} \right|$ . Seterusnya, tentukan nilai nombor nyata  $\alpha$  dan  $\beta$  jika*

$$\alpha + \beta i = \left| \bar{z} - \frac{1}{\bar{z}} \right| \left( \bar{z} - \frac{1}{\bar{z}} \right)^2.$$

[8 marks]

[8 markah]

- 7 Find the interval of  $x$  for which the following inequalities are true.

*Dapatkan selang bagi  $x$  yang mana ketaksamaan berikut adalah benar.*

(a)  $\frac{5}{x+3} - 1 \leq 0$

[4 marks]

[4 markah]

(b)  $\left| \frac{3x-2}{2x+3} \right| > 2$

[9 marks]

[9 markah]

- 8 Consider functions of  $f(x) = (x-2)^2 + 1$ ,  $x > 2$  and  $g(x) = \ln(x+1)$ ,  $x > 0$ .

*Pertimbangkan fungsi  $f(x) = (x-2)^2 + 1$ ,  $x > 2$  dan  $g(x) = \ln(x+1)$ ,  $x > 0$ .*

- (a) Find  $f^{-1}(x)$  and  $g^{-1}(x)$ , and state the domain and range for each of the inverse function.

*Cari  $f^{-1}(x)$  dan  $g^{-1}(x)$ , dan nyatakan domain dan julat bagi setiap fungsi songsangan tersebut.*

[9 marks]

[9 markah]

- (b) Obtain  $(g \circ f)(x)$ . Hence, evaluate  $(g \circ f)(2)$ .

*Dapatkan  $(g \circ f)(x)$ . Seterusnya, nilaikan  $(g \circ f)(2)$ .*

[4 marks]

[4 markah]

- 9 Given the function  $g(x) = \frac{1}{2x-5}$ .

Diberi fungsi  $g(x) = \frac{1}{2x-5}$ .

- (a) Find the domain and range of  $g(x)$ .

Cari domain dan julat bagi  $g(x)$ .

[3 marks]

[3 markah]

- (b) Show that  $g(x)$  is a one-to-one function. Hence, find  $g^{-1}(x)$ .

Tunjukkan bahawa  $g(x)$  adalah fungsi satu dengan satu.

Seterusnya, cari  $g^{-1}(x)$ .

[5 marks]

[5 markah]

- (c) On the same axis, sketch the graph of  $g(x)$  and  $g^{-1}(x)$ .

Atas paksi yang sama, lakarkan graf bagi  $g(x)$  dan  $g^{-1}(x)$ .

[3 marks]

[3 markah]

- (d) Show that  $g \circ g^{-1}(x) = x$ .

Tunjukkan bahawa  $g \circ g^{-1}(x) = x$ .

[2 marks]

[2 markah]

- 10 Given the system of linear equations as follow:

*Diberi sistem persamaan linear berikut:*

$$2x + 4y + z = 77$$

$$4x + 3y + 7z = 114$$

$$2x + y + 3z = 48$$

- (a) Express the system of equations in the form of matrix equation  $AX = B$  where

$$X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}. \text{ Hence, determine matrix } A \text{ and matrix } B.$$

*Ungkapkan sistem persamaan tersebut dalam bentuk persamaan matriks*

$$AX = B \text{ dengan } X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}. \text{ Seterusnya, tentukan matriks } A \text{ dan matriks } B.$$

[2 marks]

[2 markah]

- (b) Based on part 10(a), obtain  $|A|$ .

*Berdasarkan pada bahagian 10(a), dapatkan  $|A|$ .*

[2 marks]

[2 markah]

Heance, find

*Seterusnya, tentukan*

- (i)  $|P|$  if  $PA = I$ , where  $I$  is an identity matrix  $3 \times 3$ .

*$|P|$  jika  $PA = I$ , dengan  $I$  adalah matriks identiti  $3 \times 3$ .*

[2 marks]

[2 markah]

(ii)  $|Q|$  if  $Q = (2A)^T$ .

$|Q|$  jika  $Q = (2A)^T$ .

[3 marks]

[3 markah]

(iii) Find adjoint  $A$ .

Hence, obtain  $A^{-1}$  and find the values of  $x$ ,  $y$  and  $z$ .

*Cari adjoin  $A$ .*

*Seterusnya, dapatkan  $A^{-1}$  dan cari nilai  $x$ ,  $y$  dan  $z$ .*

[6 marks]

[6 markah]

**END OF QUESTION PAPER**

**KERTAS SOALAN TAMAT**

**KANG KOOI WEI**